Tragfähigkeit, Tragsicherheit und Tragreserven von Bogenbrücken

Dipl.-Ing. Peter Busch
Technische Universität Dresden
Institut für Baumechanik und Bauinformatik - Lehrstuhl für
Technische Mechanik, Festigkeitslehre und Flächentragwerke
Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. G. Zumpe

Mein besonderer Dank gilt:

- **Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. G. Zumpe**
  TU Dresden, Institut für Baumechanik u. Bauinformatik,
  Mommsenstr. 13, 01062 Dresden
  Tel: 03 51/463 53 69 Fax: 03 51/463 72 00
- **Wapenhans und Richter**
  Beratende Ingenieure VBI, Planungsbüro für konstruktiven Ingenieurbau,
  Räcknitzhöhe 35, 01217 Dresden
  Tel: 03 51/47 03 20 Fax: 03 51/470 32 22
- **Ingenieurbüro Busch**
  Beratende Ingenieure , Stieberstraße 38 , 02625 Bautzen
  Tel: 035 91/490 501 Fax: 035 91/490 502
- und für die Anfertigung der Bilder den Diplomingenieuren am Lehrstuhl für
  Technische Mechanik, Festigkeitslehre und Flächentragwerke
  Sven Liedert und **Matthias Lugenheim**.

Für die Bewertung der Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragkonstruktionen ist es sinnvoll und nutzbringend, parallel zum Aufstellen "exakter" statischer Berechnungen entsprechend den gültigen Normen und Vorschriften, sich Kenntnis über brauchbare **Proportionen** (Proportionsregeln) von Tragstrukturen sowie **empirische Formeln** und **Näherungslösungen** für die Erstellung "nachvollziehbarer" statischer Berechnungen zu verschaffen und diese anzuwenden. Das gilt besonders für historische Tragkonstruktionen wie z.B. die im folgenden betrachteten Steinbogenbrücken. Beim Studium "antiquarischer" Fachliteratur ist leicht festzustellen, daß es einen riesigen Fundus an Wissen und Lösungen gibt, welcher lediglich wiederzufinden, zu ordnen und anzuwenden ist.

"Empirische Näherungslösungen" werden immer häufiger allein für den Zweck von Plausibilitätskontrollen als geeignet befunden, wobei deren ingenieurmäßige Brauchbarkeit völlig verkannt und unterschätzt wird, oder auch nicht erkannt werden will! Die Ingenieurpraxis zeigt, daß nicht selten Fälle eintreten, wo "moderne, computerexakte" statische Berechnungen der **Plausibilitätskontrolle** von als Näherungsberechnung bezeichneten klassischen Lösungen dienen, und daß die implizit enthaltenen Frage, welche Art der Berechnung wohl die größere Näherung ist, meist nicht sicher beantwortet werden kann.

Unsicherheiten resultieren aus Fehlern bei der **Modellbildung** und einer empirisch-deterministischen **Nachweisführung**. Im Sinne einer mechanischen Kette wird auch die Güte und Brauchbarkeit einer statischen Berechnung von deren schwächstem Teil bestimmt. Eine Schwachstelle im Rahmen der Nachweisführung ist die Benutzung von **Fraktilwerten** zur representativen Beschreibung streuender Modellkennwerte. Statische Berechnungen und Aussagen zur Sicherheit einer Konstruktion dürfen bei Verwendung von Fraktilwerten, trotz hochgradig "wirklichkeitsnaher" mechanischer Berechnung, wie zum Beispiel bei Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und räumlicher Kräftewirkung, nur als Näherung bezeichnet werden.

PROPORTION

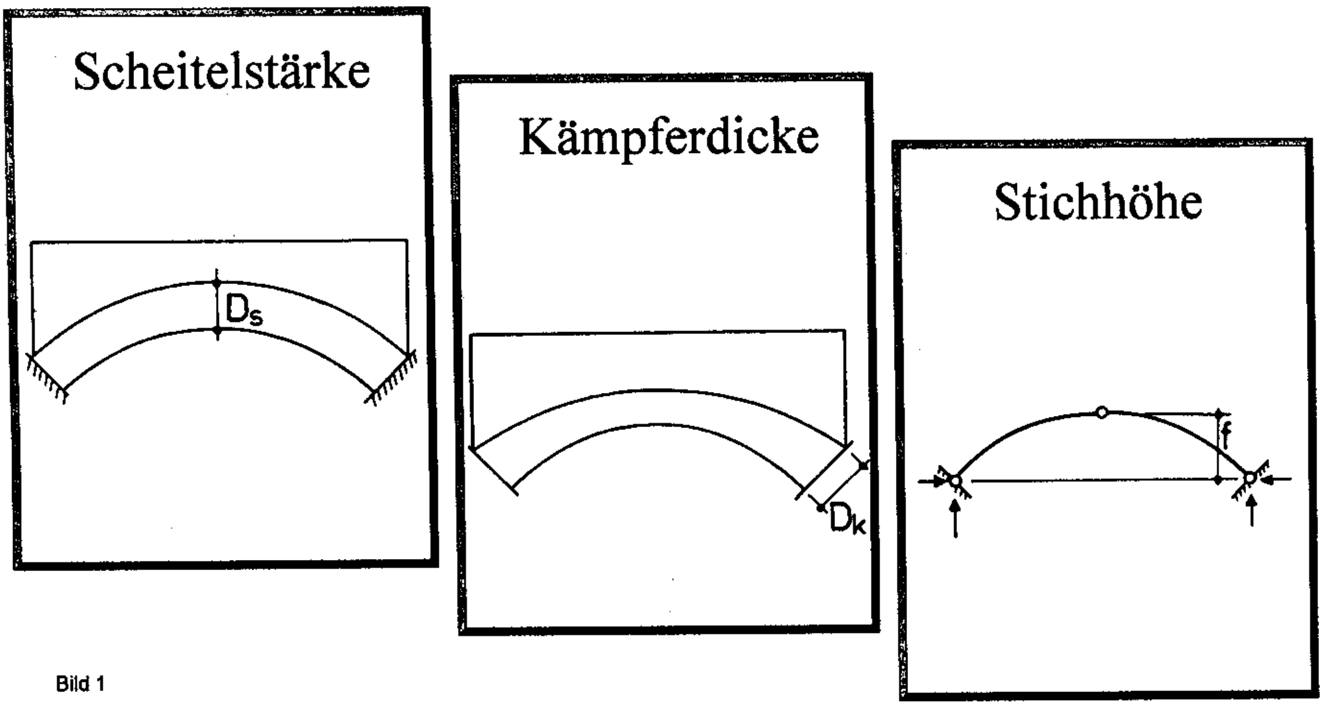


Bild 1

Die Beachtung von Proportionsregeln kann bei überschlägichen Untersuchungen und Entwurfsarbeiten hilfreich sein. So gibt es u.a. zur Bestimmung der **Scheitelstärke D_s**, von Mauerwerksbögen für Straßenbrücken, in Abhängigeit von der Spannweite **L**, eine Vielzahl von **empirischen Formeln** gleicher oder ähnlicher Struktur, die im Mittel ergeben:

$$D_s = 0{,}37 + 0{,}028 \cdot L.$$

Der Vergleich dieser linearen Abhängigkeit mit Einzelwerten der Scheitelstärke gebauter Bögen bestätigt, daß es sich bei der genannten Funktion für D_s um eine ausgewogene Richtgröße im Sinne eines representativen Mittelwertes handelt. Sehr stark beeinflußt wird die Bogenstärke durch die Mauerwerksgüte, die Höhe der Überschüttung und die Verkehrsbelastung. Nach Abschätzung können diese Einflüsse über Multiplikation o.g. Formel mit einem Korrekturfaktor (0,3 ... 1,9) berücksichtigt werden. So erhält man obere und untere Grenzwerte der Scheitelstärke (*Bild 2*).

Hohe Bögen, mit großem Verhältnis von Pfeilhöhe **F** zu Spannweite **L**, erfordern ein zunehmendes Verhältnis der Bogenstärke am Kämpfer D_k zur Bogenstärke am Scheitel D_s. An dieser Stelle sollen wegen ihrer Bedeutung ausschließlich Kreisbögen betrachtet werden. Als oberer Grenzwert für das Pfeilverhältnis des Bogens gilt:

$$\frac{F}{L} = 0{,}29$$

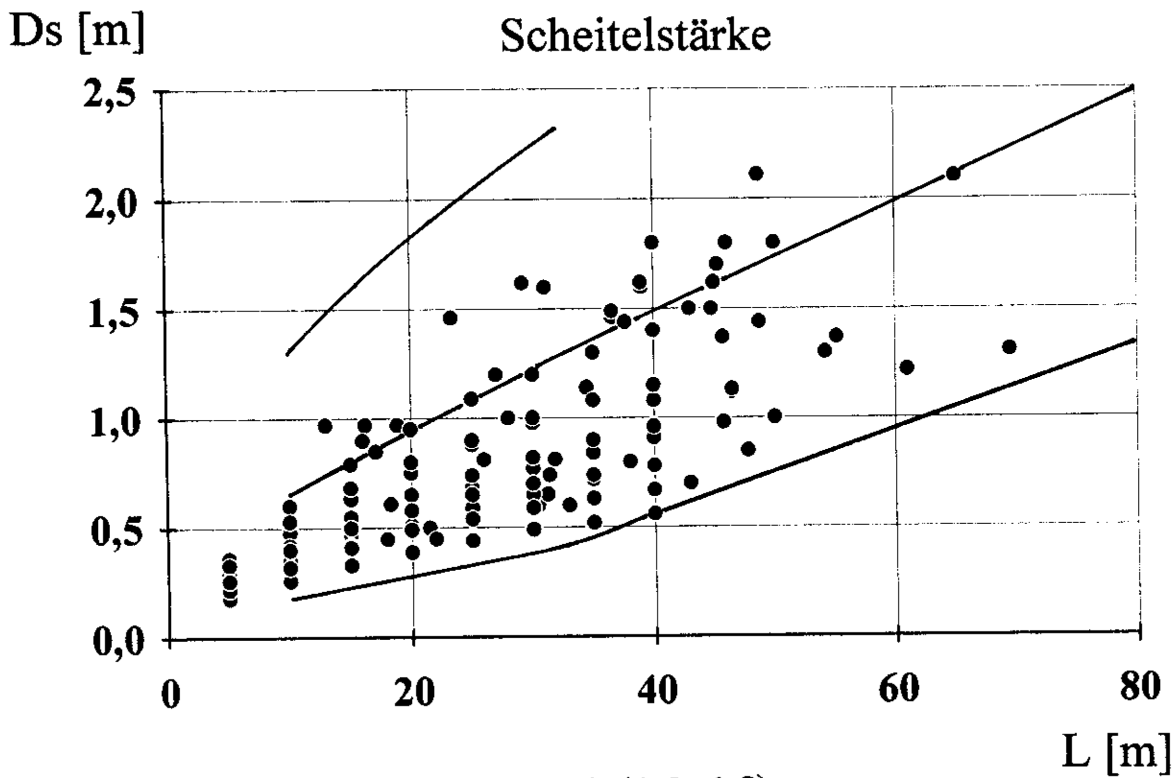
mit einem Neigungswinkel der Bogenachse am Kämpfer von $\varphi_k = 60°$ und der Kämpferdicke $D_k = 2{,}0 \cdot D_s$. Als funktioneller Zusammenhang kann

$$\frac{D_k}{D_s} = \frac{1}{\cos\varphi_k}$$

hergeleitet werden. Die Notwendigkeit zunehmender Verhältnisse $\frac{D_k}{D_s}$ ist allein geometrisch infolge großer Pfeilverhältnisse begründet, unabhängig von der Last, die der Bogen zu tragen hat. Zunehmende Werte $\frac{F}{L}$ erfordern aber auch eine größere Auflast am Kämpfer im Verhältnis zu der am Scheitel $\frac{q_k}{q_s}$, damit die Stützlinie im Kern des Bogenquerschnitts verbleiben kann. Hierfür gilt:

$$\frac{q_k}{q_s} = \frac{1}{\cos^3 \varphi_k}.$$

Somit ist bei $\frac{F}{L} = 0{,}29$ am Kämpfer annähernd die 8-fache Auflast gegenüber der am Scheitel erforderlichen aufzubringen, was als praktisch realisierbarer Grenzwert angesehen wird (*Bild 3*).



$$Ds = (0{,}37 + 0{,}028 \cdot L) \cdot (0{,}3 \ldots 1{,}9)$$

Mauerwerksgüte, Überschüttung, Belastung

Bild 2

Flache Bögen mit kleinem Verhältnis $\frac{F}{L}$ rufen sehr große Horizontalschübe am Kämpfer hervor. Diese lassen den Nachweis der Widerlager problematisch werden. Der Horizontalschub kann näherungsweise über die klassische Formel $H = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot F}$ berechnet werden, wobei die Eigenlast aus Bogen und Auffüllung als gemittelte, konstante Streckenlast angesetzt wird. Als unterer Grenzwert realisierter Bögen sind Werte um $\frac{F}{L} = 0{,}06$ mit $\varphi_k = 12°$ bekannt.

Mechanischer Hintergrund der **Spangenbergschen Kühnheitszahl** $S_k = \frac{L^2}{F}$ ist der Horizontalschub, und nicht, wie oft angenommen wird, die Schlankheit des Bogens (*Bild 4*).

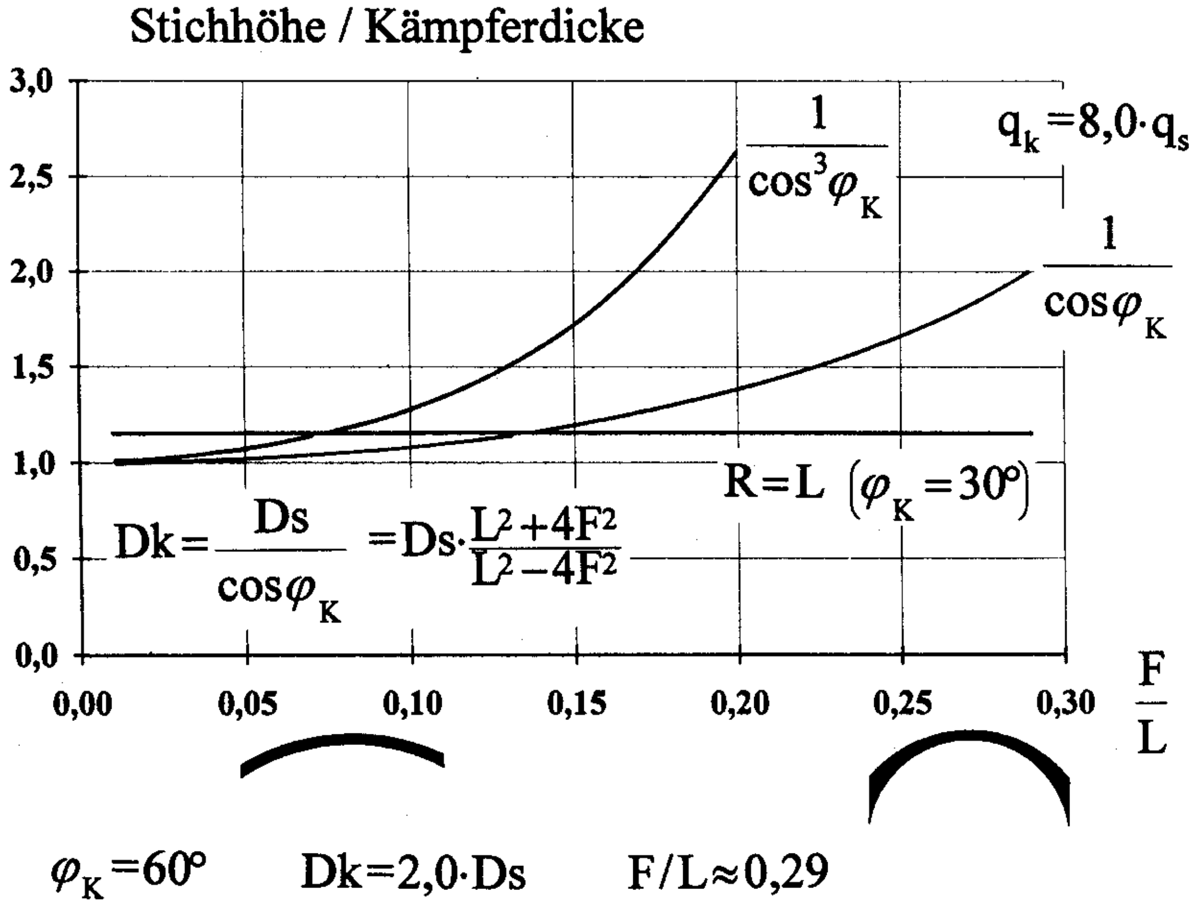

Stichhöhe / Kämpferdicke
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
0,0
$\frac{1}{\cos^3\varphi_K}$
$q_k = 8{,}0 \cdot q_s$
$\frac{1}{\cos\varphi_K}$
$R = L \ (\varphi_K = 30°)$
$Dk = \frac{Ds}{\cos\varphi_K} = Ds \cdot \frac{L^2 + 4F^2}{L^2 - 4F^2}$
0,00
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
$\frac{F}{L}$
$\varphi_K = 60°$
$Dk = 2{,}0 \cdot Ds$
$F/L \approx 0{,}29$

Bild 3

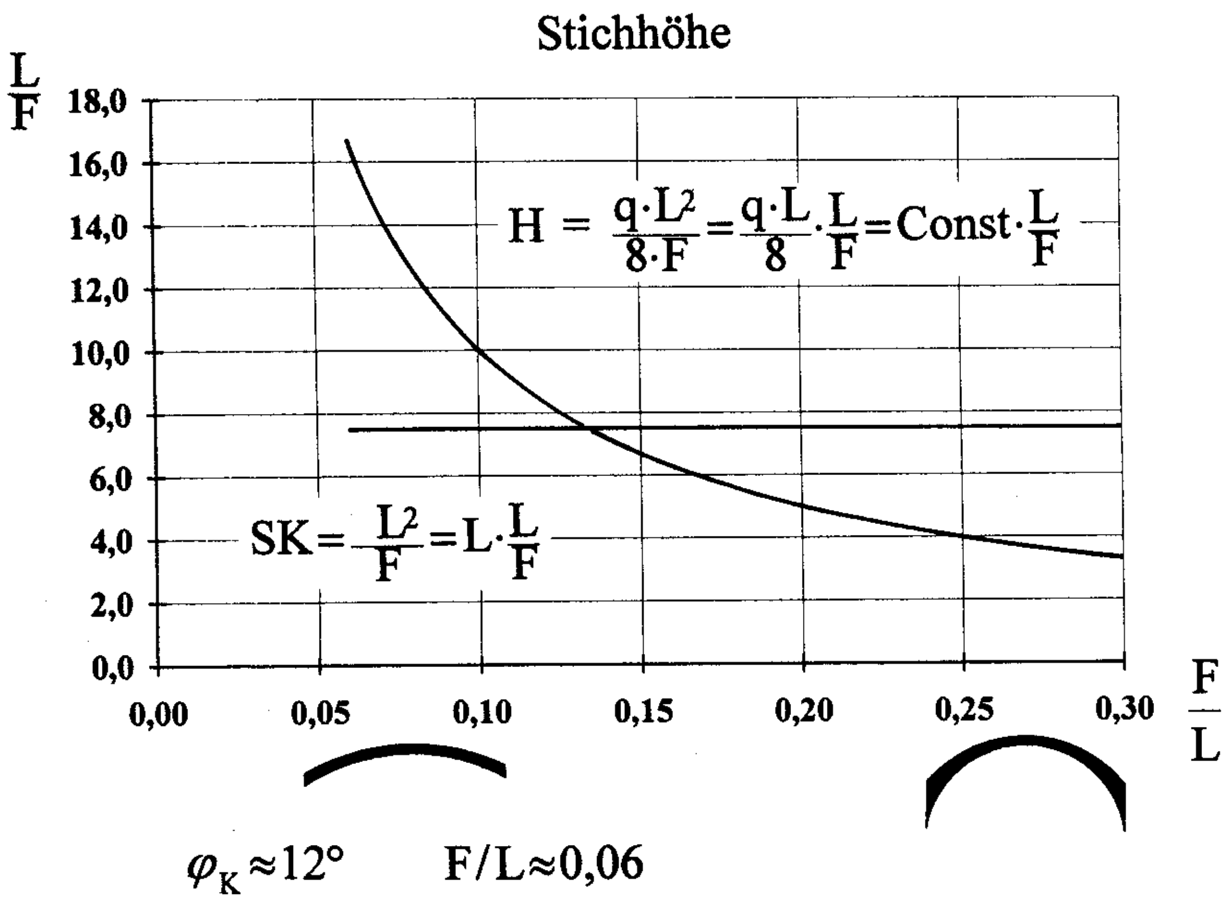

Stichhöhe
$\frac{L}{F}$
18,0
16,0
14,0
12,0
10,0
8,0
6,0
4,0
2,0
0,0
$H = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot F} = \frac{q \cdot L}{8} \cdot \frac{L}{F} = Const \cdot \frac{L}{F}$
$SK = \frac{L^2}{F} = L \cdot \frac{L}{F}$
0,00
0,05
0,10
0,15
0,20
0,25
0,30
$\frac{F}{L}$
$\varphi_K \approx 12°$
$F/L \approx 0{,}06$

Bild 4

Neben empirischen Formeln gibt es eine Reihe aufwendigerer **Näherungsformeln** zur Bestimmung der Scheitelstärke eines Bogens, wobei die darin enthaltenen Ausdrücke beim ersten Betrachten relativ willkürlich gewählt erscheinen. Zerlegt man diese bzw. leitet eine solche Formel her, ist deren Eignung für komplexe Parameteruntersuchungen und das Aufstellen prüffähiger statischer Berechnungen zu erkennen, vor allem auch wegen der Vielzahl von Einflüssen, die Berücksichtigung finden.

1. Zur Bemessung des Bogenscheitels ist es erforderlich, die Größe der vorhandenen Normalkraft zu kennen. Diese kann näherungsweise durch Gleichsetzen mit dem vorhandenen Horizontalschub $N = H = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot F}$ am Kämpfer berechnet werden.

2. Im Sinne der Theorie von "Minimal- und Maximalstützlinie" wird davon ausgegangen, daß die Widerlager des Bogens geringfügig nachgeben. Dadurch verlagert sich die Stützlinie und damit der Angriffspunkt der Scheitelnormalkraft um die Ausmittigkeit e bezüglich der Bogenachse nach oben. Diese Ausmittigkeit e kann über eine mit Hilfe der Elastizitätstheorie hergeleitete Beziehung $e = \frac{5}{16} \cdot \frac{L}{F} \cdot \frac{1}{D} \cdot D_s$ bestimmt werden, wobei als wesentliche Einflüsse das Pfeilverhältnis $\frac{F}{L}$, die Schlankheit Δ des Bogens und die vorhandene Scheiteldicke $\mathbf{D_s}$ des Bogens Berücksichtigung finden.

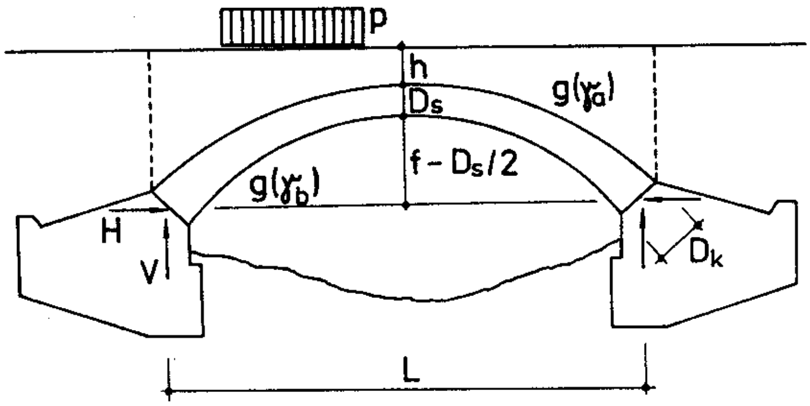
3. Die für den Spannungsvergleich benötigte vorhandene Normalspannung $_s$ am Scheitelschnitt ergibt sich aus **H** , $\mathbf{D_s}$ und **e** unter Berücksichtigung einer parabelförmigen Spannungsausrundung.

4. Die Überschüttungshöhe **h** wird in linearer Abhängigkeit von der Spannweite **L** angenommen. Die Eigenlast von Bogen und Auffüllung werden als mittlere konstante Auflast genähert.

5. Zur Beschreibung der Verkehrslasten können sogenannte Belastungsgleichwerte **p** in Abhängigkeit von Spannweite **L** und Überschüttung **h** benutzt werden. Die funktionellen Ausdrücke der **Belastungsgleichwerte** können bei Bedarf modifiziert werden, um der heute vorhandenen Verkehrsbeanspruchung zu entsprechen.

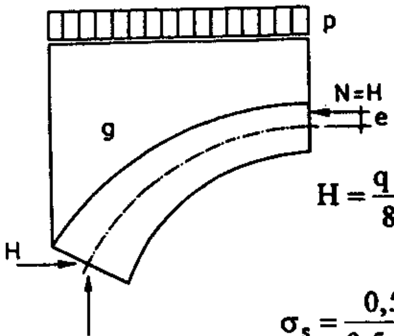
6. Bei der Festlegung **zulässiger Spannungen** $_{zul}$ wird lineare Abhängigkeit von der Spannweite **L** vorausgesetzt, worin die Überlegung enthalten ist, daß bei zunehmender Spannweite im Mittel auch höhere Mauerwerksgüten ausgeführt wurden. Wegen sehr stark streuender Werte der Mauerwerksdruckfestgkeit können zulässige Spannungen für Mauerwerk ohnehin nicht exakt bestimmt werden, sondern dürfen vielmehr nur als Richtgrößen verstanden werden. An dieser Stelle muß auf den betragsmäßig sehr großen Unterschied zwischen Steindruckfestigekeit und Mauerwerksdruckfestigkeit hingewiesen werden. Bedenkt man, daß Steinfestigkeiten bis zu 400 N/mm² und mehr möglich sind, jedoch ertragbare Spannungen für Mauerwerk von völlig anderer Größenordnung höchstens bis 6 N/mm² als zulässig erachtet werden dürfen, so erkennt man den starken Einfluß der Mauerwerksgüte und Mörtelgruppe, aber auch gleichzeitig die Fehleranfälligkeit von sogenannten "Mauerwerksmodellen" im Rahmen bekannter Verfahrensweisen zur Ermittlung zulässiger Spannungen für Mauerwerk.

Schließlich erhält man zur Berechnung der Scheitelstärke einen komplexen Ausdruck, der bei Annahme mittlerer Wichten für Bogen und Auffüllung nur noch von Pfeilhöhe **F** und Spannweite **L** des Bogens abhängt (*Bild 5*).



Scheiteldicke

mechanisches Modell



$$H = \frac{q \cdot L^2}{8 \cdot F}$$

$$\sigma_s = \frac{0{,}57 \cdot H}{0{,}5 \cdot D_s - e}$$

$$e = \frac{5}{16} \cdot \frac{L}{F} \cdot \frac{1}{\Delta} \cdot D_s$$

Geometrie

Scheiteldicke: $D_s = 0{,}37 + 0{,}028 \cdot L$

Schlankheit: $\Delta = \frac{L}{D_s} = \frac{L}{0{,}37 + 0{,}028 \cdot L}$

Überschüttungshöhe: $h = 0{,}5 + 0{,}015 \cdot L$

Eigengewicht

$$g = h \cdot \gamma_a + \left(0{,}5 \cdot D_s + \tfrac{1}{3} F\right) \cdot \gamma_b$$

$$D_s = f(F, L, \Delta, g, p, \sigma_{zul})$$

$$D_s = \frac{0{,}57 \cdot \left[h \cdot \gamma_a + \left(0{,}5 \cdot D_s + \tfrac{1}{3} F\right) \cdot \gamma_b + p\right] \cdot L^2}{8 \cdot F \cdot \left(0{,}5 - \frac{5 \cdot L}{16 \cdot F \cdot \Delta}\right) \cdot \sigma_{zul}}$$

Verkehrslast

schwer belastete Straßenbrücke:

$$p = \left(0{,}5 + \frac{20}{L}\right) \cdot \left(\frac{1 + h}{0{,}2 + 3{,}0 \cdot h}\right)$$

Fuhrwerk 120 kN (BKL 12)

Festigkeit

$$\sigma_{vorh} = 1 \ldots 6 \ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{zul} = 1{,}2 + 0{,}07 \cdot L$$

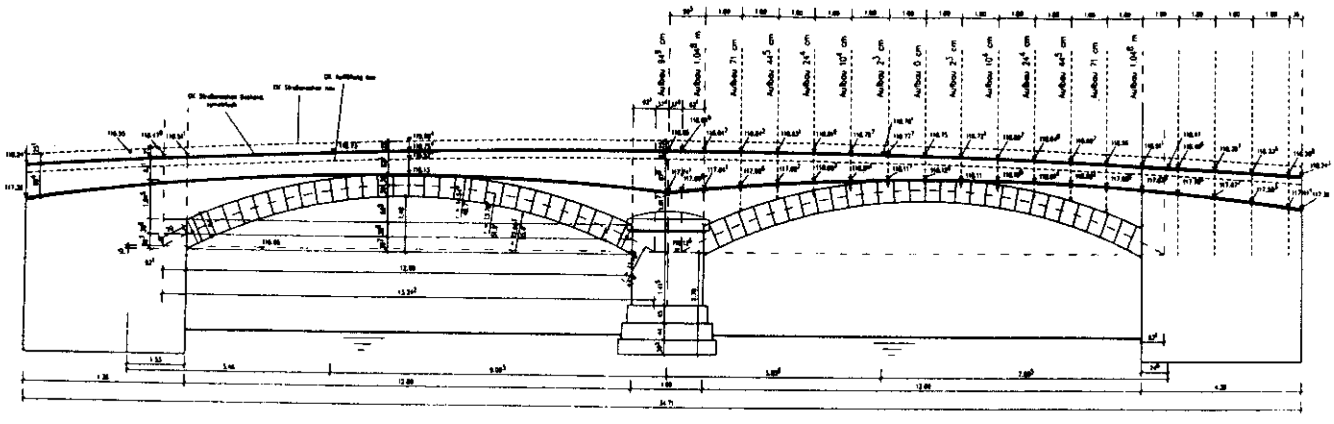
$$D_s = \frac{0{,}57 \cdot \left\{(0{,}5 + 0{,}015 \cdot L) \cdot \gamma_a + \left[(0{,}185 + 0{,}014 \cdot L) + \tfrac{1}{3} F\right] \cdot \gamma_b + \left(0.5 + \frac{20}{L}\right) \cdot 10 \cdot \frac{1{,}5 + 0{,}015 \cdot L}{1{,}7 + 0{,}045 \cdot L}\right\} \cdot L^2}{8 \cdot F \cdot \left[0{,}5 - \frac{5 \cdot (0{,}37 + 0{,}028 \cdot L)}{16 \cdot F}\right] \cdot (1200 + 70 \cdot L)}$$

Bild 5

Am Beispiel tatsächlich vorhandener Brücken kann die Eignung der Formel überprüft werden. Zuerst eine doppelbogige Straßenbrücke, die Müglitzbrücke in Heidenau mit einem Pfeilverhältnis von $\frac{F}{L} = 0,11$, einer vorhandenen Scheiteldicke D_s = 0,6m und 12 m Spannweite je Bogen. Die Belastungsgleichwerte wurden entsprechend Brückenklasse 12/12 und SLW 60/30 modifiziert und erforderliche Scheitelstärken in Abhängigkeit von der Spannweite berechnet. Es zeigt sich, daß die Müglitzbrücke für Belastung durch SLW 60/30 nicht ausreichend dimensioniert ist. Die Annahme konstanter Werte σ_c für die zulässigen Spannungen unabhängig von der Spannweite **L** hat zur Folge, daß die so errechneten Werte für die Scheitelstärke $\mathbf{D_s}$, wegen starker Abweichung im Widerspruch zum Mittel der Einzelwerte $\mathbf{D_s}$ bestehender Bogenbrücken stehen und die sich daraus ergebende Funktion für $\mathbf{D_s}$ als nicht brauchbar bewertet werden muß (*Bilder 6 und 7*).

Müglitzbrücke in Heidenau

- Oberstromseitig -

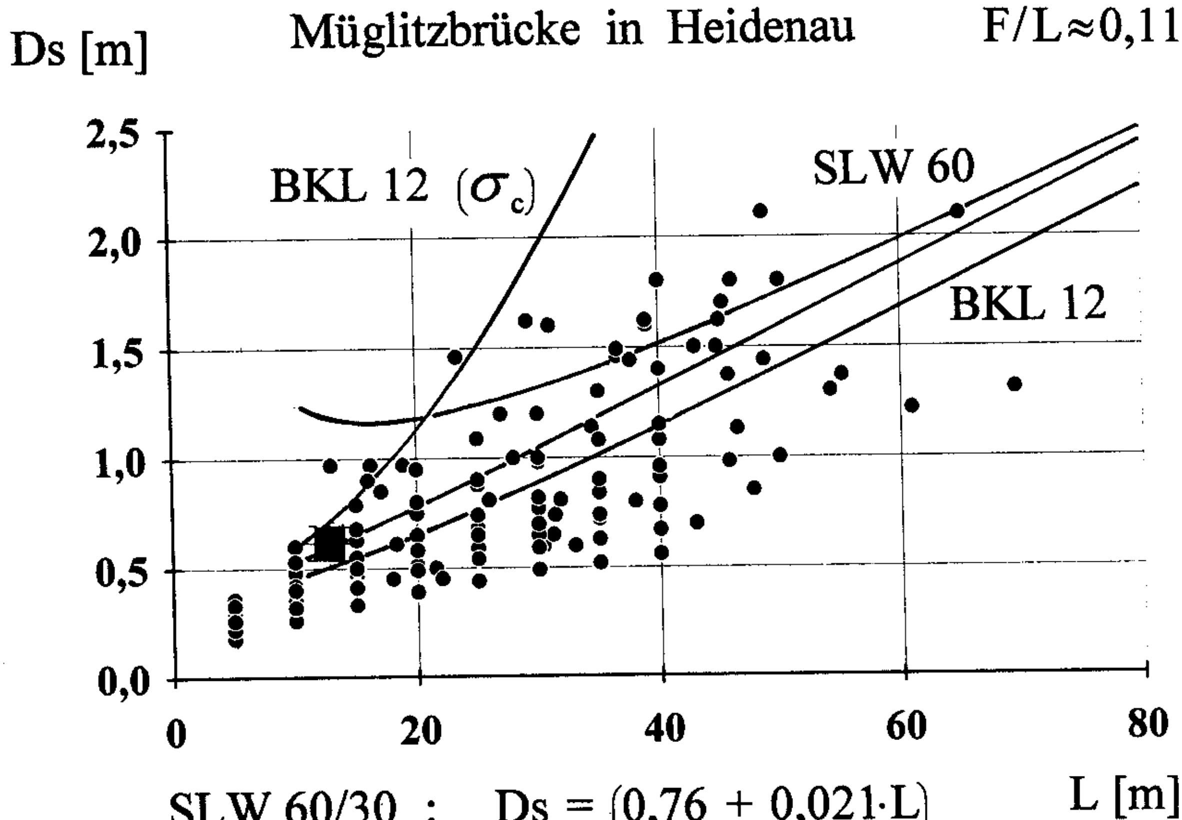


Widerlager Dresden **Widerlager Pirna**

Bild 6

Das zweite Beispiel, die Marienbrücke in Dresden, eine Bogenreihe mit $\frac{F}{L} = 0,20$, D_s = 1,18m und L = 12m zeigt, daß diese Brücke für Belastung durch Schwerlastverkehr SLW 60/30 hinsichtlich der Scheiteldicke offenbar ausreichend dimensioniert ist. Bedenkt man, daß diese Brücke als Eisenbahnbrücke errichtet wurde und das Gewicht von Eisenbahnzügen im vergangenen Jahrhundert dem heutiger Straßen-Schwerlastzüge entsprach, so ist das Ergebnis nicht verwunderlich (*Bilder 8 und 9*).

Bei der Ermittlung vorhandener **Normalspannungen** am Bogenschnitt sind eine Reihe Modellannahmen erforderlich, die auf das Rechenergebnis wesentlichen Einfluß ausüben. In den gültigen Vorschriften und Normen gibt es für Mauerwerksbögen keine ausreichenden und begründeten Regelungen. Der Rechenwert der Normalspannung wächst mit zunehmender Ausmittigkeit e der Stützlinie bzw. Normalkraft. Im Hinblick auf nichtlineare Materialeigenschaften stellt sich die Frage nach einer wirklichkeitsnahen rechnerischen **Spannungsverteilung**. Als gut handhabbare Grenzfälle sind die rechteck- und dreieckförmige, sowie die betragsmäßig dazwischen liegende parabelförmige Verteilung bekannt. Betrachtet man den jeweiligen Betrag der Spannungen in Abhängigkeit von der Ausmitte **e** der Normalkraft, so zeigt sich bei allen drei Verteilungsformen das gleiche qualitative Verhalten. Die **parabelförmige** Spannungsverteilung sollte bevorzugt angewendet werden, wobei für qualitative Betrachtungen mechanischer Hintergründe die Rechteck- oder Dreieckverteilung völlig ausreichend sind.



SLW 60/30 : $Ds = (0{,}76 + 0{,}021 \cdot L)$

BKL 12/12 : $Ds = (0{,}13 + 0{,}026 \cdot L)$

Bild 7

Viel nachhaltiger wirkt sich der Ansatz von **Zugspannungen** am Bogenschnitt aus. Häufig wird von zulässigen Zugspannungen mit einem Betrag von rund 10% der zulässigen Druckspannung des Mauerwerks ausgegangen bzw. damit gerechnet. Ohne Wirkung von Zugspannungen ergeben sich für die Normaldruckspannungen bei Zunahme der Ausmitte e bis zur Randlage e = 0,5*d unendliche Werte. Dagegen zeigt sich, daß schon die Wirkung geringfügiger Zugspannungsbeträge bei Randlage der Stützlinie endliche Normaldruckspannungen zur Folge hat. Kleine Änderungen der Zugspannungsbeträge bewirken überproportional große Änderungen der Normaldruckspannung bei gleichbleibender Ausmitte e der Stützlinie. Die hier berechneten Größen beziehen sich auf eine rechteckförmige Spannungsverteilung. Sehr anschaulich ist auch die Darstellung der vorhandenen Druckzone im Verhältnis zur Gesamtdicke des Querschnitts für die genannten Fälle. Bei 10% Zugspannung im Verhältnis zur vorhandenen Druckspannung verbleibt bei Randlage der Stützlinie immer noch eine Druckzone von fast einem Drittel des Gesamtquerschnitts, wohingegen in diesem Fall ohne Zugspannungen keine Druckzone mehr vorhanden ist. Ein fundamentales Prinzip der Sicherheitstheorie im Bauwesen, welches jeder modernen Norm zu Grunde liegt, besagt sinngemäß, daß kleine Ursachen keine überproportional großen Folgen haben dürfen. Bei Beachtung der beschriebenen Auswirkungen von Zugspannungen, besonders bei großen Ausmitten der Stützlinie, und der Unsicherheiten im Hinblick auf die Wirksamkeit von Zugspannungen im Mauerwerk dürfen Zugspannungen beim Druckspannungsnachweis von Mauerwerksbögen generell nicht angesetzt werden. An dieser Stelle sei auch auf entsprechende Folgen bei der Benutzung spezieller Computerprogramme zur Spannungsberechnung in bogenförmigen Bauteilen aus Mauerwerk hingewiesen. Allein aus numerischen Gründen ist die Eingabe von sehr kleinen Zugspannungsbeträgen erforderlich. Der Trugschluß liegt darin, daß diese Zugspannungsbeträge unbedeutend erscheinen, deren Wirkung aber nicht geringfügig ist. Normalspannungen werden unterschätzt, die Druckzonenbereiche überschätzt und die rechnerische Lage der Stützlinie verfälscht - es wird zu günstig gerechnet.

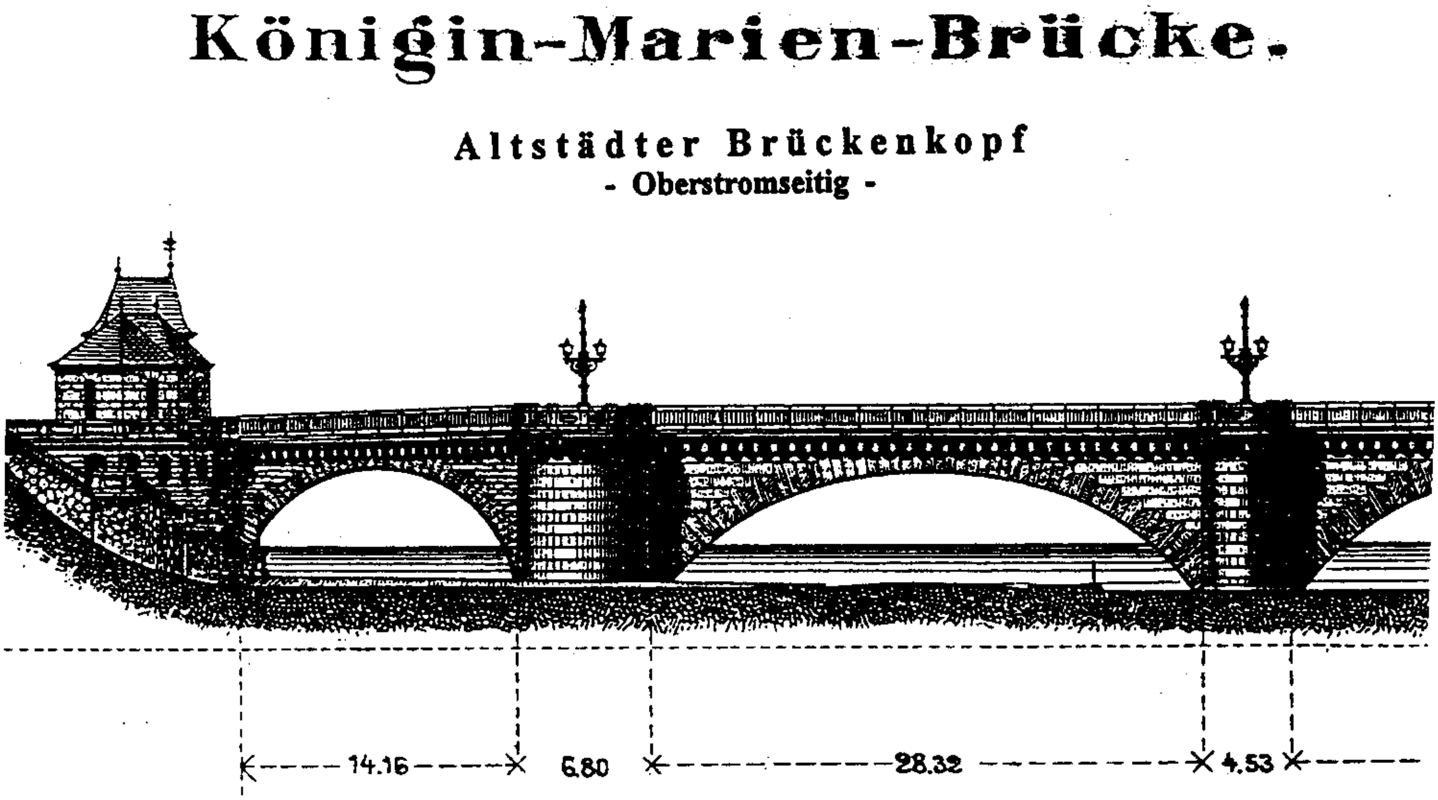

Königin-Marien-Brücke.
Altstädter Brückenkopf
- Oberstromseitig -
14.16
6.80
28.32
4.53

Bild 8

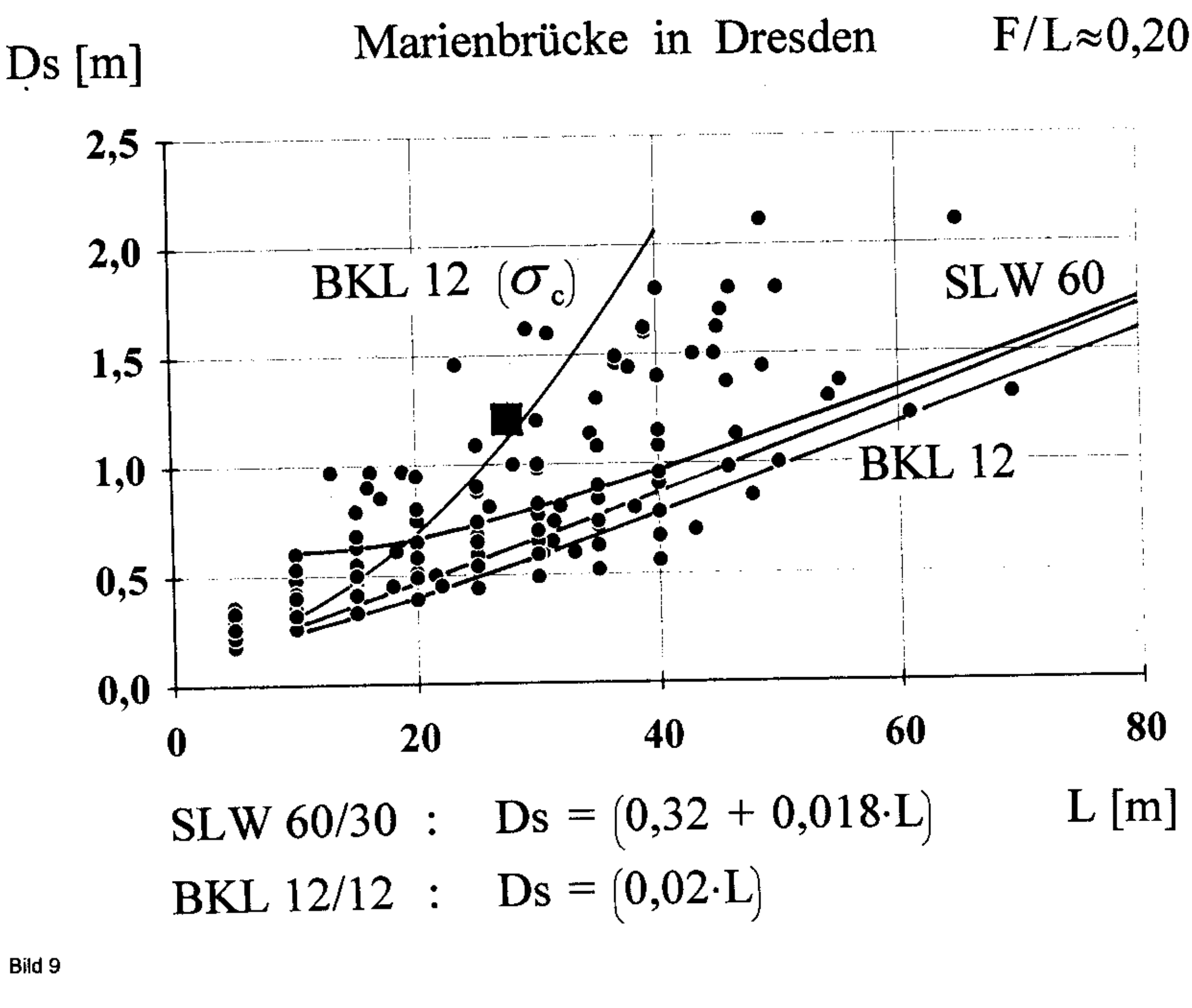

Marienbrücke in Dresden
F/L≈0,20
Ds [m]
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
0,0
0
20
40
60
80
L [m]
BKL 12 (σc)
SLW 60
BKL 12
SLW 60/30 : Ds = (0,32 + 0,018·L)
BKL 12/12 : Ds = (0,02·L)

Bild 9

Neben dem Druckspannungsnachweis ist der Nachweis einer **zulässigen Stützlinienlage** bei der Tragfähigkeitsbewertung von Bögen von entscheidender Bedeutung. Besonders bei hohen Bögen wird die Stützlinienlage maßgebend, wobei die zulässigen Druckspannungen lange noch nicht erreicht sind. Als zulässige Ausmitte für die Stützlinie wird in den meisten heute aufgestellten statischen Berechnungen, entsprechend den gültigen Normen und Vorschriften, die zweite Kernweite angesehen, wobei mit Klaffen der Fugen bis zur Schwerachse des Bogens gerechnet werden muß, da Zugspannungen nicht angesetzt werden dürfen. Gegen diese Regelung spricht eine anerkannte Regel der Baukunst aus der Blütezeit des Bogenbaues, welche besagt, daß die Stützlinie in der **ersten Kernweite** zu verbleiben hat, wobei in diesem Fall ein Klaffen des Querschnitts und damit Zugspannungen rechnerisch vermieden werden. Sollte von dieser Regel abgewichen werden, empfiehlt sich eine differenzierte Betrachtung zumindest im Hinblick auf ständige und vorübergehende Lasten. Die Tragfähigkeit und Standsicherheit eines Bogens kann bei rechnerischem Überschreiten der zweiten Kernweite durch die Stützlinienlage durchaus noch gegeben sein, jedoch ist die Dauerhaftigkeit des Bogens schon bei Überschreiten der ersten Kernweite durch die Stützlinienlage gefährdet (*Bilder 10, 11, 12 und 13*).

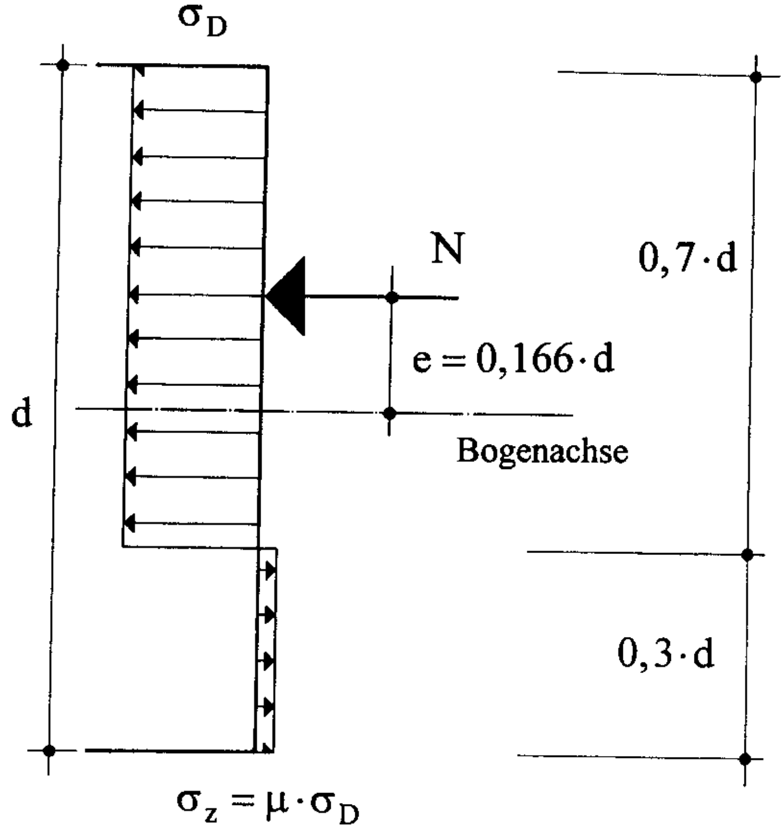
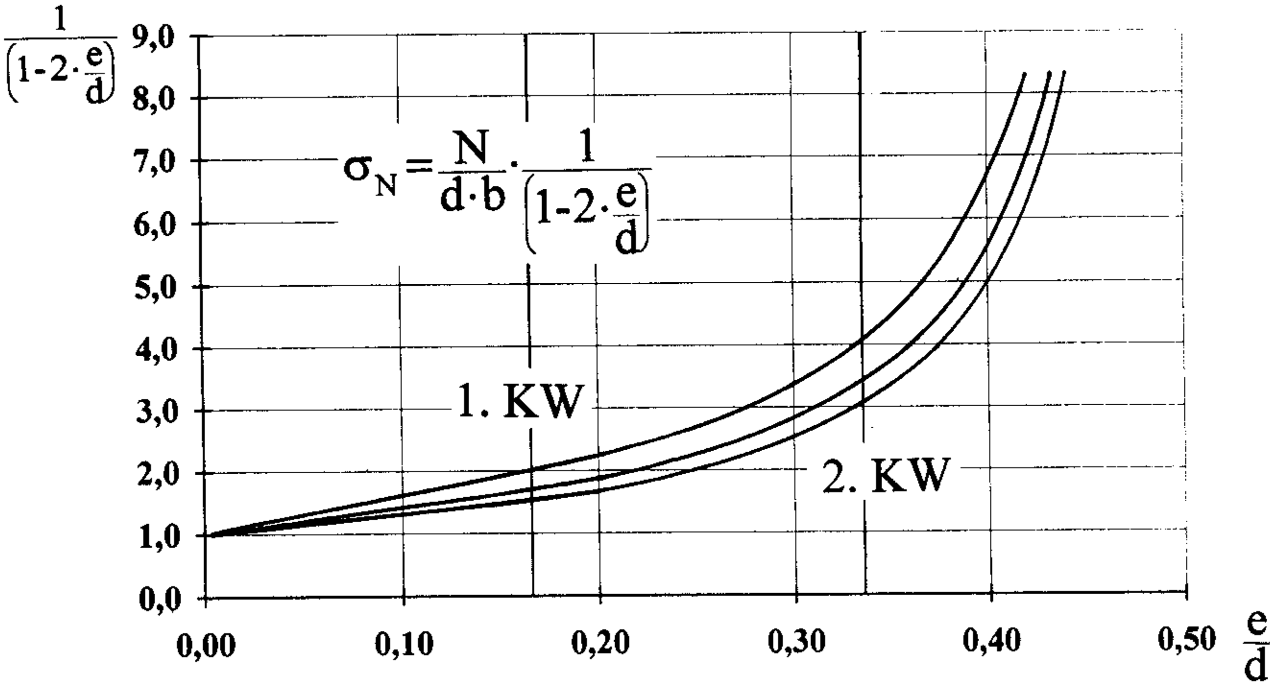


Bild 10

Es kann der Fall auftreten, daß Mittelwert und Variationskoeffizient der Mauerwerksdruckfestigkeit verschiedener Mauerwerksarten solche Beträge haben, daß sich nach DIN 1053 identische Rechenwerte ergeben. In einem solchen Fall ergibt sich beim deterministischen Bruchspannungsnachweis auch identische Sicherheit für gleiche Beanspruchung der verschiedenen Mauerwerksarten. Es wird also in Abhängigkeit vom Variationskoeffizienten deterministisch nicht differenziert. Hingegen zeigt die probabilistische Berechnung für beide Mauerwerksarten auch unterschiedliche Sicherheit, beschrieben durch die Versagenswahrscheinlichkeit Pv (*Bild 14*).

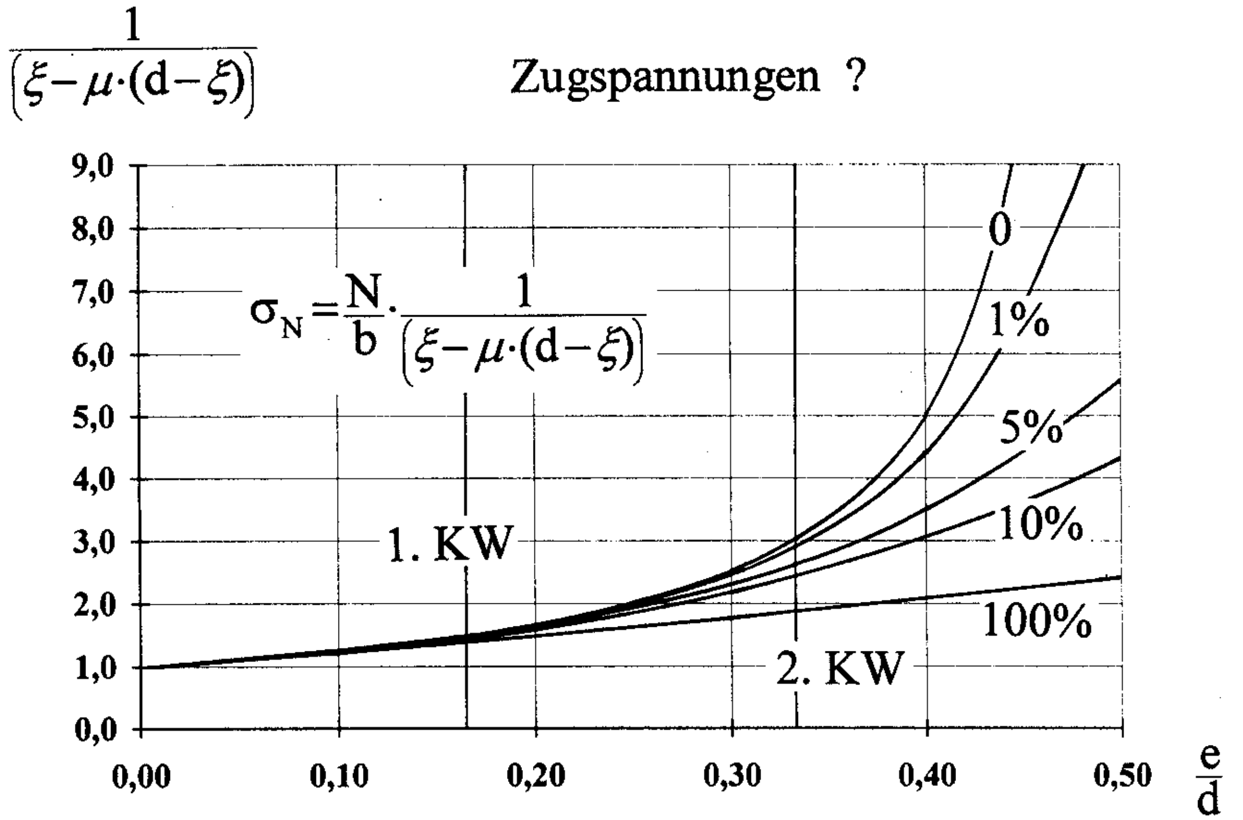
Normalspannung im Bogen



rechteck-, parabel- oder dreieckförmig ?

Bild 11

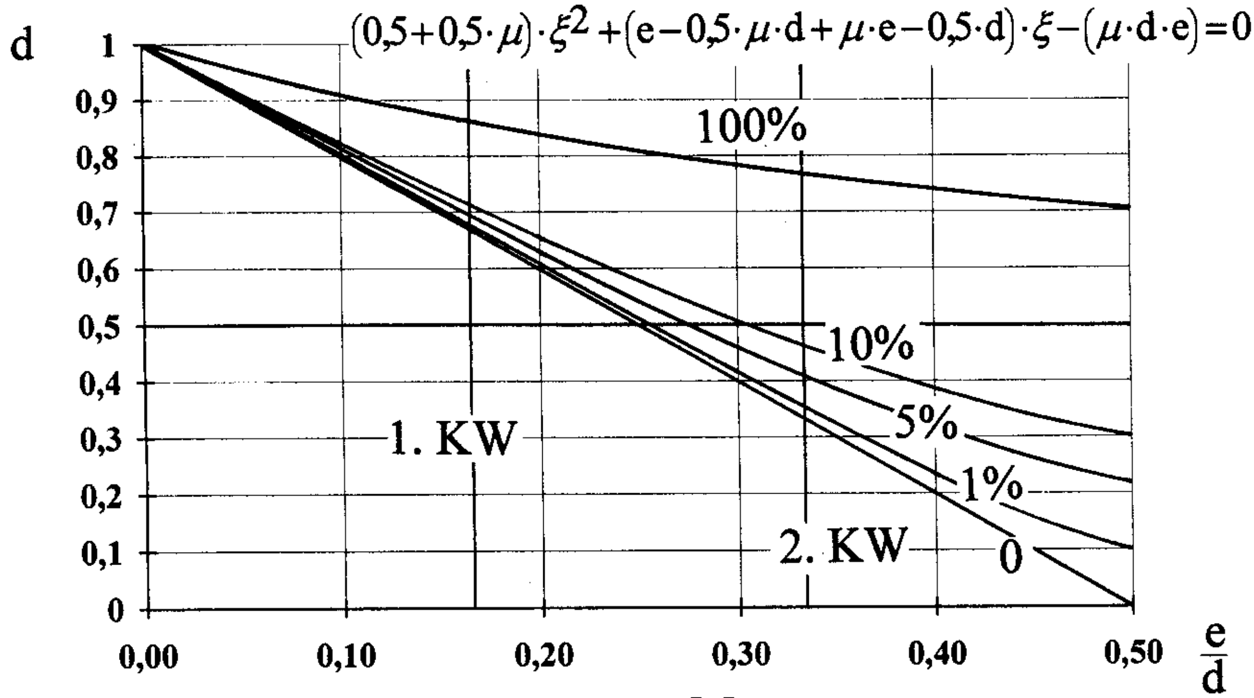
Zugspannungen ?



Zugspannungen nicht ansetzen !
kleine Ursache - unproportional große Folgen

Bild 12

Druckzone



Stabwerk / M , N : $e=\frac{M}{N}$

FEM / Isolinien : e

Bild 13

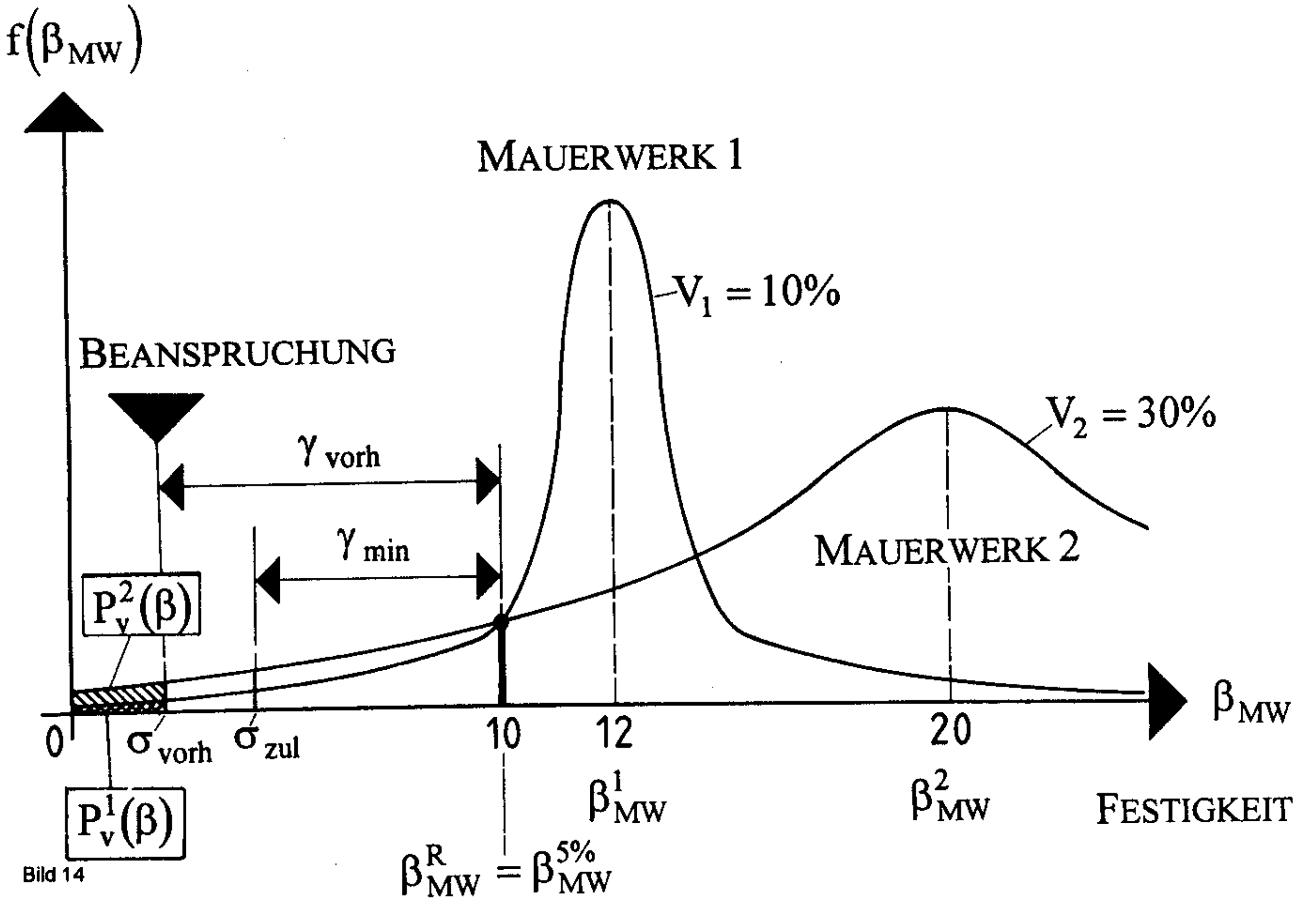


Bild 14

Sehr aufschlußreich ist ein direkter Vergleich der drei bekannten Sicherheitstheorien - empirisch, deterministisch, probabilistisch - am Beispiel der Ermittlung zulässiger Spannungen von Natursteinmauerwerk. Die Frage danach, inwieweit sich das angesetzte Sicherheitsniveau im Verlaufe der letzten 250 Jahre , d.h. seit Erstellung des in Fachkreisen als "erste" statische Berechnung bezeichneten Gutachtens von drei Mathematikern zum Petersdom in Rom, geändert hat, läßt sich beantworten.

Bei **deterministischem** Vorgehen entsprechend DIN 1053 ergibt sich der Rechenwert der Mauerwerksdruckfestigkeit, aus dem 5%-Fraktilwert der Steindruckfestigkeit unter Berücksichtigung des Einflusses von Mauerwerksgüte und Mörtelgruppe.

$$\beta_R = \beta_{D,ST}^{5\%} \cdot MW \cdot MG$$

Der Fraktilwert $\beta_{D,ST}^{5\%}$ ist eine Funktion von Mittelwert und Standardabweichung der Steindruckfestigkeit, den Kenngrößen einer "zweiparametrigen" Verteilungsfunktion.

$$\beta_{D,ST}^{5\%} = \overline{\beta}_{D,ST} - 1{,}645 \cdot s_{D,ST}$$

Die Standardabweichung läßt sich durch Mittelwert und Variationskoeffizient ausdrücken.

$$s_{D,ST} = \overline{\beta}_{D,ST} \cdot V_{D,ST}$$

Damit gilt

$$\beta_{D,ST}^{5\%} = \overline{\beta}_{D,ST} \cdot (1 - 1{,}645 \cdot V_{D,ST})$$

Daraus ergeben sich die zulässigen Spannungen unter Berücksichtigung eines deterministischen Sicherheitsfaktors γ.

$$\sigma_{Zul} = \frac{\beta_R}{\gamma} = \frac{\overline{\beta}_{D,ST} \cdot (1 - 1{,}645 \cdot V_{D,ST}) \cdot MW \cdot MG}{\gamma}$$

Setzt man nun z.B. den Sicherheitsfaktor $\gamma = 2{,}67$ (also entsprechend DIN 1053) und variiert den Variationskoeffizienten, so ergibt sich eine lineare, mit abnehmendem $V_{D,ST}$ wachsende Funktion für σ_{Zul}.

Zur Analyse **empirischen** Vorgehens und baumeisterlichen Denkens, welches auch heute noch erfolgreich angewandt wird, gibt es umfangreiche wissenschaftliche Beiträge vom Ende des 19. Jahrhunderts, wobei hier besonders TOLKMITT (1895) genannt werden soll. Die zulässigen Spannungen werden von ihm als zulässige Beanspruchung des Mauerwerks bezeichnet, die einem bestimmten Teil $\frac{1}{n}$ der Druckfestigkeit entsprechen, wobei dann von n-facher Sicherheit ausgegangen wird. Als Gründe für die Schwierigkeiten bei der Wahl eines richtigen Sicherheitscoefficienten **n** nennt Tolkmitt nicht nur weit auseinander liegende Ansichten der Fachleute und unklare Begriffsbildung, sondern ganz besonders Unklarheiten darüber, was als die wirklich stattfindende größte Beanspruchung zu gelten hat bzw. wie deren Zahlenwert festzustellen ist, und schließlich die Probleme bei der Druckfestigkeitsbestimmung für das eigentliche Gewölbemauerwerk in Abhängigkeit der Bestandteile Stein und Mörtel. Vor genau denselben Problemen stehen wir auch heute noch. Trotz umfangreicher Forschung und Bautätigkeit in den letzten 100-Jahren konnten zu den aufgeworfenen Fragen keine befriedigenden Antworten gegeben werden.

„Wenn man unrichtig, ungenau oder unvollständig rechnet, ..., so kann es vorkommen, dass die Beanspruchung der Druckfestigkeit nahe kommt, wo man mit einer 20- oder 30- fachen Sicherheit construirt zu haben glaubt". [Tolkmitt]

Tolkmitt kommt, ganz besonders aus heutiger Sicht, zu bemerkenswerten Schlußfolgerungen. *„Der Sicherheitscoefficient muss daher nicht nur gegen unvorhergesehene Umstände und Zufälligkeiten, sondern vielfach auch gegen unrichtige Beurtheilung der wirklichen Beanspruchung schützen. Die Sicherheit eines Bauwerks ist auch nicht nach den stärksten, sondern nach den am meisten gefährdeten Stellen zu beurtheilen. Es kann nun ein Bauwerk* *anscheinend reichlich stak sein, während eine seinen Bestand gefährdende schwache Stelle vorhanden, aber bei der Untersuchung unbemerkt geblieben ist. Und je mangelhafter die Construction ist, desto leichter kommen derartige gefährliche Stellen vor, gegen die der Sicherheitscoefficient schützen muss. Dies gilt insbesondere für Gewölbe mit unzweckmässiger Bogenform, wo die Beanspruchung in den als sogen. "Bruchfugen" gefürchteten Stellen selbst bei reichlicher Gewölbestärke sehr gross wird und wo der beste Schutz in der Verbesserung der Bogenform zu finden ist, wobei die Bruchfugen ganz verschwinden."*

Die Kerngedanken der von Tolkmitt empirisch formulierten Aussagen sind identisch mit den Beweggründen, die eine Anwendung probabilistischer Methoden beim Erstellen statischer Berechnungen heute befürworten. Man kann sagen, Tolkmitt war seiner Zeit voraus, oder aber auch, daß die Tolkmittschen Kerngedanken seit 1895 nicht genügend Entwicklung und Anwendung gefunden haben, oder, daß dies nicht bzw. nur bedingt möglich ist.

Hinsichtlich anzuwendender Sicherheitscoefficienten erwähnt Tolkmitt eine Reihe Fachleute. Darunter geht Dr. BÖHME (1880) von einer "üblichen" **10-fachen** Sicherheit für gewöhnliches Ziegelmauerwerk aus. REINHARD (1887) hält eine **7- bis 8-fache** Sicherheit für ausreichend. *„Neuerdings ist ein kleinerer Sicherheitscoefficient als 10 wiederholt zur Anwendung gekommen, so z.B. bei einem von Rheinhard ausgeführten Bruchsteingewölbe. Eine* ***7-fache*** *Sicherheit wird gegenwärtig fast allgemein für ausreichend erachtet, E. Dietrich hält sogar eine Beanspruchung bis auf 1/5 der nachweislich vorhandenen mittleren Druckfestigkeit für unbedenklich. Es kann nicht zweifelhaft sein, dass man mit der Beanspruchung sich der Druckfestigkeit um so mehr nähern darf, je besser die Form des Gewölbes, je sorgfältiger seine Ausführung und je vorsichtiger die Berechnung ist. Wo die Rücksicht auf wechselnde Verkehrsbelastung eine Ausnutzung der Festigkeit ohnehin nicht gestattet, braucht natürlich weder die Druckfestigekeit des Gewölbemauerwerks sorgfältig erprobt, noch die Wahl des Sicherheitscoeficienten vorsichtig erwogen zu werden."*

"Als üblich wird eine ***10- bis 15-fache*** *Sicherheit angesehen und thatsächlich ist die Pressung in den meisten ausgeführten Brückengewölben noch geringer. Der Grund dafür dürfte aber weniger in der Besorgnis, dass eine stärkere Beanspruchung den Bestand des Bauwerks gefährden würde, als in dem Umstande zu suchen sein, dass die Festigkeit des Mauerwerks mit Rücksicht darauf, dass bei einseitiger Belastung Zugspannungen vermieden werden und die Stützlinie innerhalb der Kernlinie verbleiben soll, häufig nicht voll ausgenutzt werden kann."*

Hierzu im Widerspruch befinden sich die Regelung der gültigen DIN 1075, wie schon erwähnt wurde, die auch bei Nachrechnung bestehender Steinbogenbrücken Anwendung findet.

Es sei noch erwähnt, daß auch heute von anerkannten Fachleuten empirische Sicherheitsfaktoren benutzt werden. Zum Beispiel hat Prof. GRIEGER aus Dresden in einem Gutachten aus dem Jahre 1994 zur Ermittlung der Druckfestigkeit von Brückenwiderlagern aus Natursteinmauerwerk, vergleichsweise zur DIN 1053 über empirische Sicherheitsfaktoren zulässige Spannungen ermittelt. Er spricht von 500%-iger Sicherheit gegenüber den Mittelwerten, analog der o.g. 5-fachen Sicherheit nach E.Dietrich.

Allgemein beziehen sich die empirischen Sicherheitskoeffizienten, im folgenden mit ε bezeichnet, auf den Mittelwert der Mauerwerksdruckfestigkeit. Schon im 19. Jahrhundert wurden umfangreiche Versuche zur Druckfestigkeitsermittlung von Mauerwerk durchgeführt. Häufig stehen nur wenige Einzelwerte zur Verfügung, sodaß die Angabe von Mittelwerten fraglich ist. Dann kann auch mit Kleinstwerten oder mit Spannen (Kleinst- und Größtwert, bzw. Mittel davon) gearbeitet werden.

In Analogie zur deterministischen Vorgehensweise kann folgender Ausdruck geschrieben werden:

$$\sigma_{zul} = \frac{\overline{\beta}_{D,MW}}{\varepsilon} = \frac{\overline{\beta}_{D,ST} \cdot MW \cdot MG}{\varepsilon}$$

Für die empirischen Sicherheiten ε=15, ε=10, ε=7 und ε=5 ergeben sich zulässige Spannungen als konstante Größe, unabhängig vom vorhandenen Variationskoeffizienten der Steindruckfestigkeit.

Für eine **probabilistische** Betrachtung läßt sich folgende Grenzzustandsgleichung formulieren, wobei die Mauerwerksdruckfestigkeit $\beta_{D,MW}$ als streuende, die vorhandene Beanspruchung als konstante Größe aufgefaßt wird.

$$g(\beta_{D,MW}) = \beta_{D,MW} - \sigma_{Vorh} < 0$$

Kritisch sind diejenigen Fälle, bei denen σ_{Vorh} größer ist als der aktuelle Wert $\beta_{D,MW}$. Unter Beachtung des bekannten funktionellen Zusammenhanges zwischen $\beta_{D,MW}$ und $\beta_{D,ST}$ ergibt sich:

$$g(\beta_{D,ST}) = \beta_{D,ST} \cdot \mathrm{MW} \cdot \mathrm{MG} - \sigma_{\mathrm{Vorh}} < 0$$

Die stochastische Variable $\beta_{D,ST}$ wird durch Mittelwert $\overline{\beta}_{D,ST}$ und Variationskoeffizient $V_{D,ST}$ beschrieben. Unter Beachtung der genannten Grenzzustandsgleichung kann für jeden gegebenen Betrag von σ_{Vorh} die Versagenswahrscheinlichkeit P_V bzw. der Sicherheitsindex β bestimmt werden. Setzen wir nun $\sigma_{Vorh} = \sigma_{Zul}$ und geben den Sicherheitsindex betragsmäßig vor, so kann die entsprechende zulässige Spannung iterativ berechnet werden:

$$g(\beta_{D,ST}) = \beta_{D,ST} \cdot MW \cdot MG - \sigma_{Zul} < 0$$

Bei großen Variationskoeffizienten $V_{D,ST}$ ergeben sich zu hohe, bei kleinem $V_{D,ST}$ zu kleine deterministisch (DIN 1053) ermittelte Werte für σ_{Zul}. Kleine $V_{D,ST}$ (< 15%) können kaum nachgewiesen werden. Deshalb ist ein sehr hohes Sicherheitsniveau (β=7) mit Natursteinmauerwerk nicht erreichbar. Die Beträge von σ_{Zul} ändern sich für kleine Schwankungen von $V_{D,ST}$ sehr stark. Von Berechnungen mit Größen aus empfindlichen Wertebereichen muß abgeraten werden. Im vorliegenden Fall für Werte des Sicherheitsindex β = 5,6 oder 7, bzw. $V_{D,ST}$<15% (*Bild 15*).

Anhand des Bruchspannungsnachweises am Bogenviertel der Marienbrücke, für Belastung durch SLW 60/30 über dem Bogenviertel, läßt sich zeigen, wie sich die rechnerische Sicherheit infolge Festigkeitsverminderung verändert. Die theoretische Druckfestigkeit des Mauerwerks hat seit 1973 um 50% abgenommen. Bei empirischer und deterministischer Berechnung zeigt sich ein proportional zum Festigkeitsverlust abfallende Sicherheit. Rechnet man probabilistisch, so ändert sich die Sicherheit nicht proportional zur Festigkeit. Im vorliegenden Fall beträgt der Verlust an rechnerischer Sicherheit nur 40%. Es läßt sich folgender Satz formulieren: *"Änderungen der Beanspruchung oder der Beanspruchbarkeit sind nicht proportional zu Änderungen der Sicherheit oder Zuverlässigkeit des Tragwerkes"* (*Bild 16*).

Probabilistische Berechnungen gestatten eine differenziertere Bewertung der Sicherheit und Zuverlässigkeit von Konstruktionen, als dies bei rein deterministischem Vorgehen möglich ist. Sie sollten deshalb ergänzend zum traditionellen Vorgehen verstärkt genutzt werden.

Eine Nachweisführung auf Grundlage von Fraktilwerten stellt die Berechtigung umfangreicher Materialuntersuchungen und aufwendiger, z.B. "computermechanischer" Berechnungen, in Frage. Trotz umfangreicher Entwicklung von Berechnungsmethoden, mechanischer Modelle und Sicherheitstheorien hat sich das angesetzte Sicherheitsniveau im Mauerwerksbau seit Beginn der Entwicklungsgeschichte baustatischer Berechnungen im wesentlichen nicht geändert. Ursache hierfür ist die allgemeine Komplexität des Problems.

Zulässige Spannungen
Natursteinmauerwerk N4 MG III

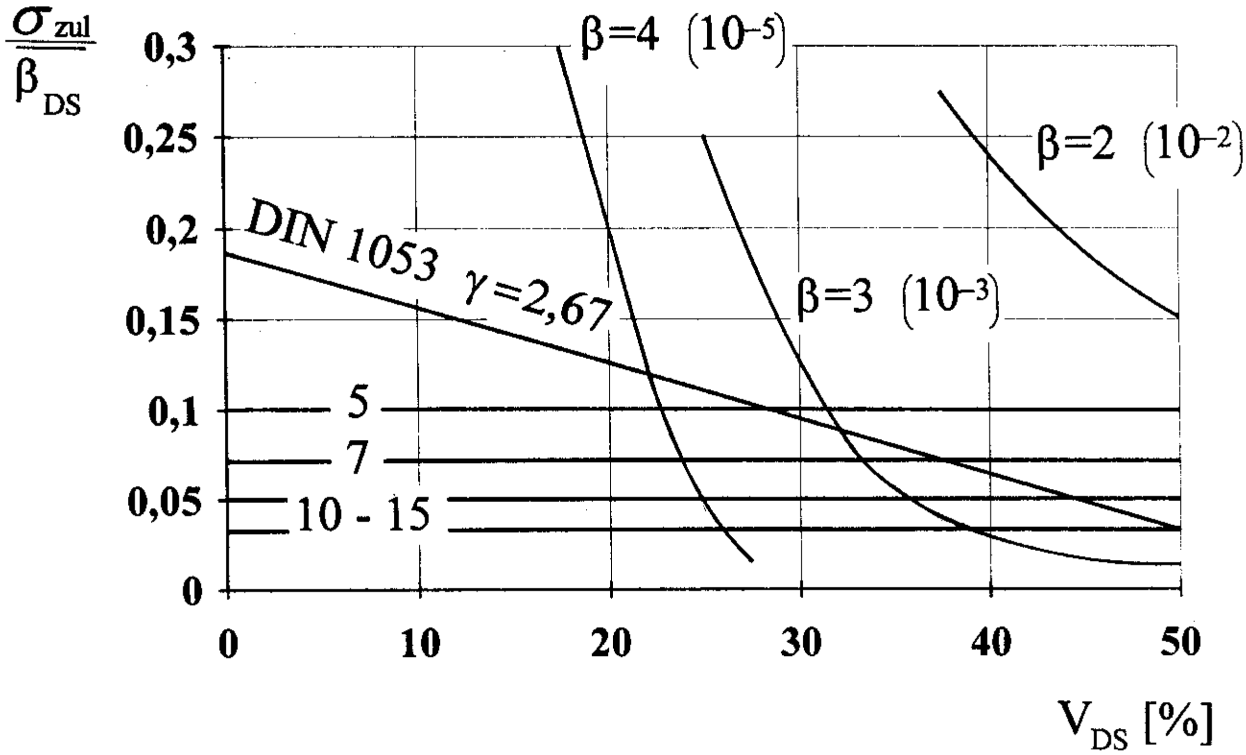
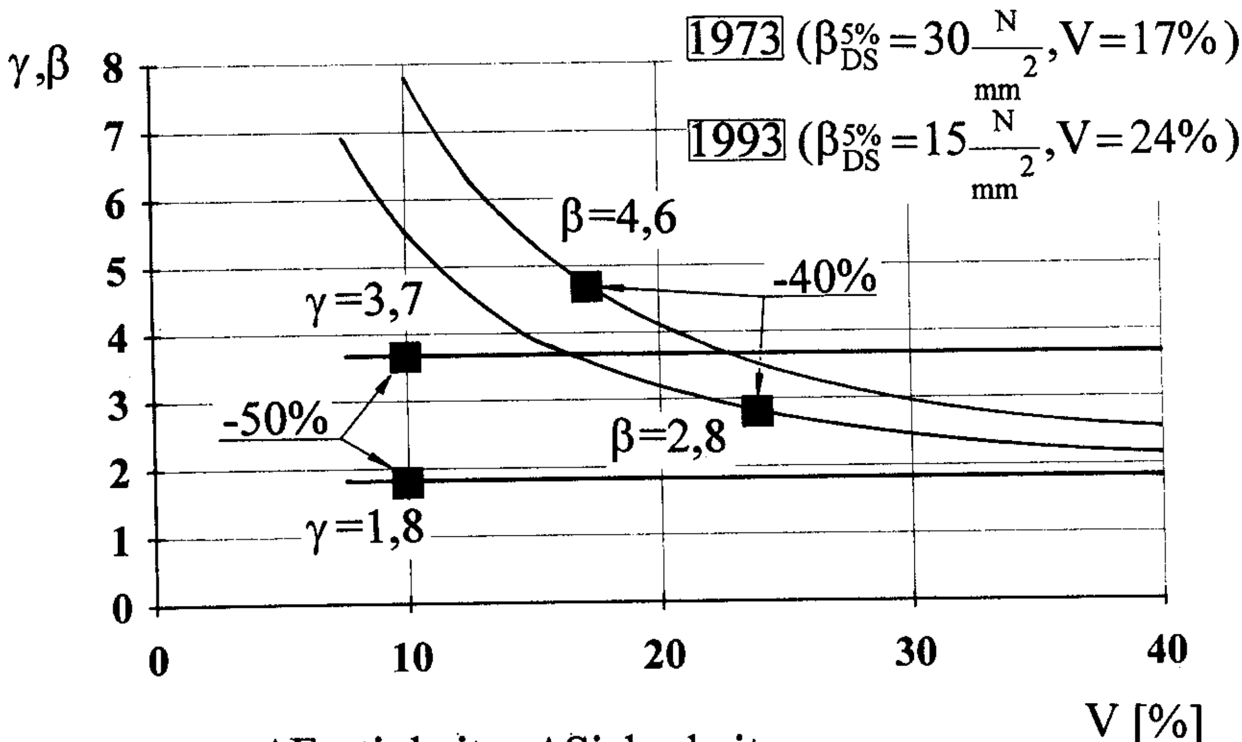


Bild 15

Marienbrücke x=L/4 SLW 60/30



ΔFestigkeit ≠ ΔSicherheit
Toleranz der Variationskoeffizienten

Bild 16

Empirisches Vorgehen und die Anwendung von Näherungslösungen wird auch in Zukunft bei der Berechnung und dem Tragfähigkeitsnachweis von Tragstrukturen zum Erfolg führen, wobei es auf eine geschickte Kombination mit modernen Methoden ankommt. Eine Teilung in "historisch-klassisch" und "modern" ist nicht sinnvoll. Es gibt nur "brauchbare" und "unbrauchbare" statische Berechnungen.

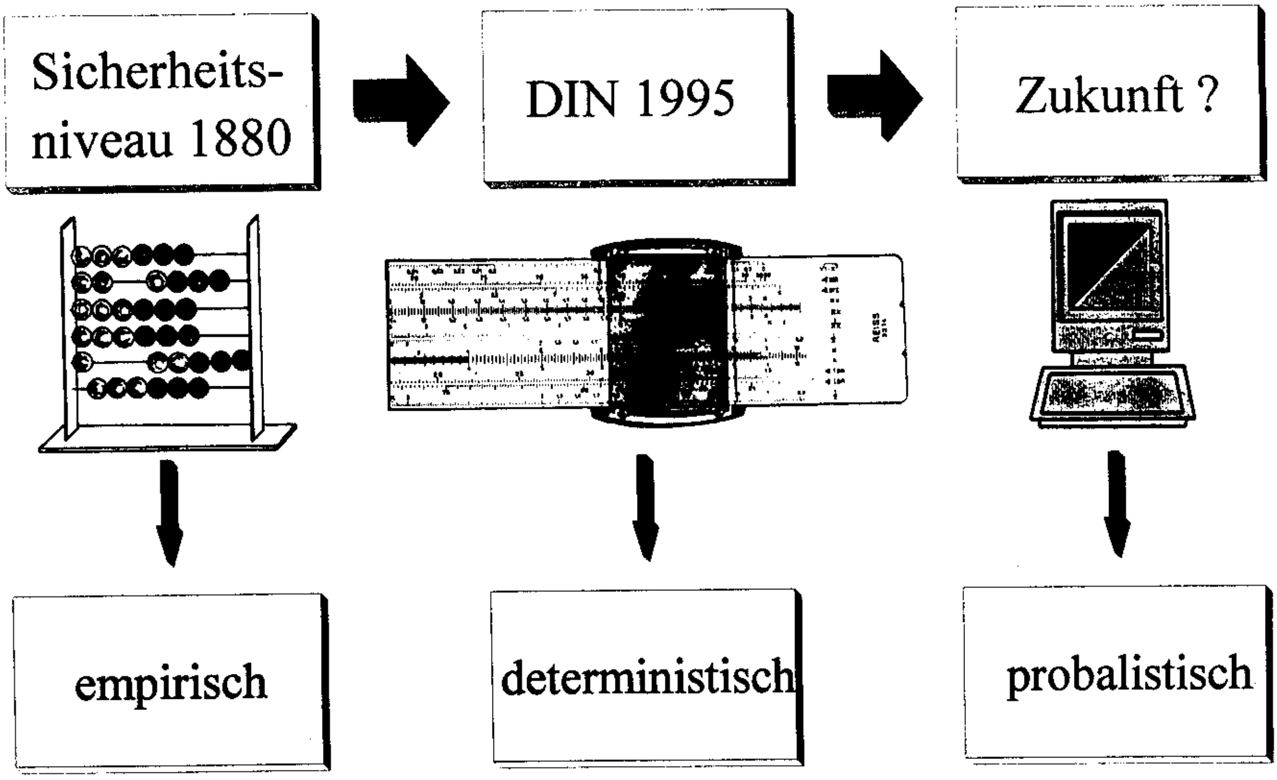


Bild 17